AUTHOR:

ALEXEJEFF, W. G.

TITLE:

DIE MATHEMATIK ALS GRUNDLAGE DER...

PLACE:

JURJEW (DORPAT)

DATE:

1903

Master Negative #

93-81605-12

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
PRESERVATION DEPARTMENT

BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET

Original Material as Filmed - Existing Bibliographic Record

```
BKS/SAVE  Books      FUL/BIB  NYCG93-B4570          Acquisitions     NYCG-WMK
FIN ID NYCG93-B4570 - Record 1 of 1 - Record updated today
UNI
  ID:NYCG93-B4570          RTYP:a   ST:p   FRN:   MS:   EL:      AD:05-25-93
  CC:9668  BLT:am     DCF:?   CSC:?   MOD:   SNR:      ATC:      UD:06-02-93
  CP:er      L:ger    INT:?   GPC:?   BIO:?  FIC:?     CON:???
  PC:s      PD:1903/          REP:?   CPI:?  FSI:?     ILC:????   II:?
  MMD:      OR:    POL:    DM:    RR:        COL:      EML:      GEN:   BSE:
  040     NNC=‡cNNC
  100 1   Alexejeff, W. G.
  245 14  Die Mathematik als Grundlage der Kritik wissenschaftlichphilosophische
        r Weltanschauung=‡h[microform].=‡b(Nach Untersuchungen von N. W. Bugajew
 u
        nd P. A. Nekrassow in Zusammenhang mit meinen Untersuchungen uber formal
        e Chemie).=‡cVon Prof. W. G. Alexejeff.
  260     Jurjew (Dorpat)=‡bC. Mattiesen's Buchdruckerei,=‡c1903.
  300     48 p.
```

Restrictions on Use:

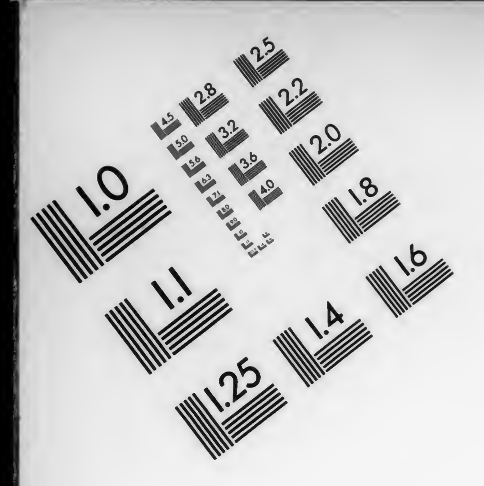
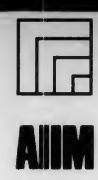
TECHNICAL MICROFORM DATA

FILM SIZE: 35mm REDUCTION RATIO: 11x

IMAGE PLACEMENT: IA (IIA) IB IIB

DATE FILMED: 7/22/93 INITIALS BAP

FILMED BY: RESEARCH PUBLICATIONS, INC WOODBRIDGE, CT

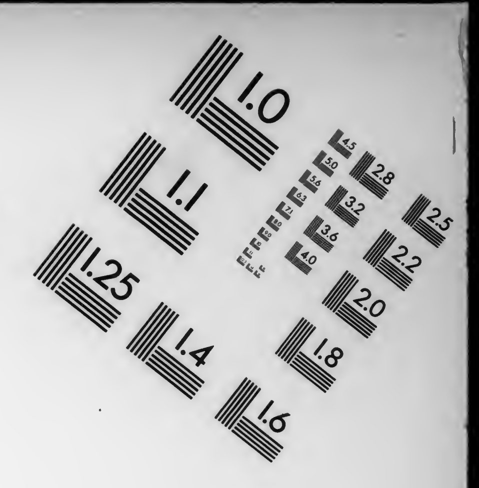



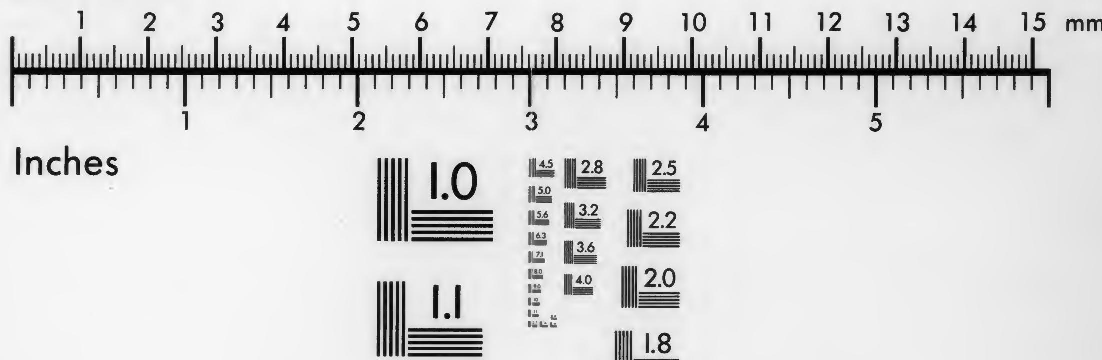
AIIM

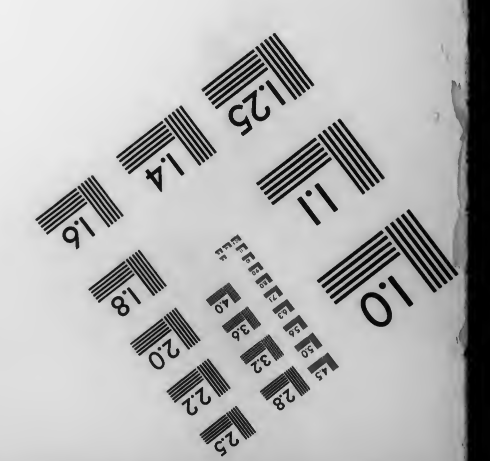
Association for Information and Image Management

1100 Wayne Avenue, Suite 1100
Silver Spring, Maryland 20910

301/587-8202







MANUFACTURED TO AIIM STANDARDS
BY APPLIED IMAGE, INC.

Die Mathematik

als

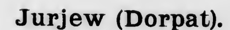
Grundlage der Kritik wissenschaftlich-philosophischer Weltanschauung.

(Nach Untersuchungen von N. W. Bugajew und P. A. Nekrassow in Zusammenhang mit meinen Untersuchungen über formale Chemie).

Von

Prof. W. G. Alexejeff.

In der Sitzung der Gelehrten Literärischen Gesellschaft zu Jurjew am 30. November 1902 vorgetragen.



Jurjew (Dorpat).
Druck von C. Mattiesen's Buchdruckerei.
1903.

Оттискъ изъ „Ученыхъ Записокъ Императорскаго Юрьевскаго Университета“ 1903 г.

Erst vor einiger Zeit erschien in Moskau eine Arbeit des Moskauer Mathematikers P. A. Nekrassow, eines bekannten Specialisten auf dem Gebiete der Wahrscheinlichkeitsrechnung [1]).

Diese Arbeit führt den Titel [2]): „Die Philosophie und Logik der Wissenschaft vom Massenerscheinen der menschlichen Thätigkeit. (Revision der Grundlagen der socialen Physik von Quetelet).

In dieser Schrift führt der geehrte Autor den Nachweis, dass bei Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Erscheinungen des menschlichen Lebens nach Methoden des berühmten belgischen Astronomen und Sociologen Quetelet in die Grundlagen der Anwendung sich zwei Fehler eingeschlichen haben. Diese sind dadurch entstanden dass Quetelet bei seinen Untersuchungen über sociale Erscheinungen das Schema der Untersuchungen astronomischer Erscheinungen anwandte und dadurch die Bedeutung des Hauptfaktors socialer Erscheinungen, — die Bedeutung des freien Willens des Menschen — herabsetzte.

1) Diesem Autor verschiedener mathematischen Schriften gehört unter anderem auch das monumentale Werk auf dem Gebiete der Wahrscheinlichkeitsrechnung: „Neue Grundlagen der Theorie der Wahrscheinlichkeiten von Summen und mittleren Werthen“. (Новыя основанія теоріи вѣроятностей суммъ и среднихъ величинъ. 3 тома, 909 стр. Москва, 1900—1902.

2) Философія и логика науки о массовыхъ проявленіяхъ человѣческой дѣятельности. Москва, 1902.

Die Positivisten zählten Quetelet zu den ihrigen und schrieben ihm völlige Verneinung des freien Willens zu, an dessen Stelle fatalistische Nothwendigkeit treten sollte. Diese Entstellung der Lehren Quetelet's verbreitete sich in den Kreisen der Historiker, dank der populären Darstellungsweise B o c k l e's in dem berühmten Werke: „Geschichte der Civilisation in England", und unter den Juristen und Statistikern, dank dem Berliner Professor A d o l p h W a g n e r. Auf diese Art begründeten die Fehler Quetelets eine ganze Epoche total falscher Auffassungen der menschlichen Thätigkeit und der Welt überhaupt.

Indem P. A. Nekrassow die Fehler Quetelet's berichtigt, gelangt er zu einem neuen Schema der Untersuchung socialer Erscheinungen mit Hülfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Das ist in allgemeinen Zügen die Grundidee in den Ausführungen des Moskauer Mathematikers. Jedoch in Anbetracht der Wichtigkeit der berührten Frage erlaube ich mir, auf die erwähnte Arbeit näher einzugehen. Ich will versuchen, die Zweckmässigkeit und Richtigkeit des mathematischen Schemas, welches P. A. Nekrassow als nothwendiges Correctiv der socialen Physik Quetelets vorschlägt, darzulegen und zu zeigen, dass dasselbe im Stande ist, die falsche Auslegung der Anschauungen Quetelets über die Welt im allgemeinen und das menschliche Sein im besonderen zu beseitigen.

Doch, bevor ich in die genaue Darlegung dieser Untersuchungen eintrete, möchte ich zuerst bei dem Zusammenhang, der zwischen der Mathematik und der gegenwärtigen wissenschaftlich-pilosophischen Weltanschauung besteht, verweilen.

Dieser Zusammenhang ist mit vollkommener Bestimmtheit dargethan in der Schrift eines anderen Moskauer Mathematikers, N. W. B u g a j e w's, eines be-

kannten Specialisten auf dem Gebiete der Zahlentheorie; dieselbe führt den Titel[1]: „Die Mathematik und die wissenschaftlich-philosophische Weltanschauung". Ich meinerseits gehe auf diesen Zusammenhang in meiner Schrift[2]: „Zur Frage der Nothwendigkeit des Studiums der Mathematik für die Naturforscher" ein, namentlich in Hinsicht auf die Anschauungen über die Verwandlungen der Materie, d. h. in Hinsicht auf die chemischen Anschauungen in ihrer historischen Entwickelung.

Wir werden später neue Argumente anführen, die noch mehr diesen Zusammenhang bestätigen, — im allgemeinen jedoch uns auf die angeführten Arbeiten stützen.

Unter einer wissenschaftlich-philosophischen Weltanschauung versteht man eine Auffassung des Weltgeschehens auf Grund der Daten, welche die Wissenschaften und die Philosophie darbieten. Da jede Wissenschaft darnach strebt, die in ihr Untersuchungsgebiet fallenden Erscheinungen nach ihrer Grösse, Zahl und theilweise auch nach ihren räumlichen Beziehungen zu characterisieren, so kommt sie nothwendigerweise mit den Begriffen und den Methoden der Mathematik in Berührung. Ohne auf die Astronomie, Physik und Chemie, deren fester Zusammenhang mit der Mathematik ja keinem Zweifel unterliegt, einzugehen, wollen wir nur darauf hinweisen, dass schon Probleme betreffs des Maasses

1) „Математика и научно-философское міросозерцаніе" въ журналѣ: „Вопросы фолософіи и психологіи". Москва. 1898 г.

2) „Къ вопросу о необходимости для естествоиспытателей изученія математики" въ журналѣ: „Сборникъ Учено-Литературнаго Общества при И. Ю. У." т. V, 1902.

des Willens, der Gedanken und der Gefühle heranreifen, deren Lösung die Geisteswissenschaften über die Stufe allgemeiner Erwägungen emporheben und denselben eine grössere Positivität verleihen wird.

Wollen wir nun zusehen, in welche Theile die reine Mathematik zerfällt und in wie weit dieselben den bestehenden wissenschaftlich-philosophischen Weltanschauungen entsprechen.

Als Grundidee der Mathematik dient die Idee der quantitativen Veränderlichkeit. Wenn sich mehrere Grössen verändern, so können einige von ihnen sich ganz willkürlich verändern — sie werden daher unabhängige Veränderliche genannt; andere jedoch können sich nur in Abhängigkeit von den erstern verändern — sie werden daher abhängige Veränderliche oder Funktionen genannt. Zum Beispiel, wir führen einem Körper eine Wärmemenge Q zu und seine Temperatur T verändert sich. Hier können wir Q als unabhängige Veränderliche und T als abhängige oder als Funktion von Q ansehen. Die Aenderung der Veränderlichen kann eine stetige oder eine unstetige d. h. sprungweise sein. Die Eigenschaften und die Methoden der Untersuchung stetiger Funktionen unterscheiden sich wesentlich von den Eigenschaften und den Methoden der Untersuchung unstetiger Funktionen. Deshalb theilt man die Mathematik in 2 grosse Gebiete: die Theorie der stetigen und die der unstetigen Funktionen. Erstere heisst mathematische Analysis, letztere Arithmologie.

Die mathematische Analysis gewinnt aus dem Begriff der Stetigkeit und dem mit ihr verbundenen Grenzbegriff ihre machtvolle Methode der unendlich kleinen Grössen oder die Differential- und Integralrechnung.

Dieser Theil der Mathematik hat, dank den Arbeiten genialer Mathematiker der zwei, drei letzten Jahrhunderte, schon eine sehr hohe Entwickelungsstufe erreicht, die

Arithmologie jedoch ist infolge der grösseren Komplicirtheit ihrer Fragen, welche die verschiedenen Formen der Unstetigkeit betreffen, hinter der Analysis zurückgeblieben. Am weitesten fortgeschritten ist derjenige Theil der Arithmologie, welcher Zahlentheorie genannt wird und in welchem Funktionen von Veränderlichen betrachtet werden, die sich sprungweise nach ganzen Zahlen verändern. Nur in der letzten Zeit beginnt die Arithmologie in eine neue Phase ihrer Entwickelung einzutreten und Fragen zu behandeln, die einen allgemeineren Charakter tragen als die zahlen-theoretischen Probleme. In der Zukunft jedoch wird ihr ohne Zweifel die führende Rolle zufallen, da sie nicht nur die mathematische Analysis in sich aufnehmen, sondern auch noch eine Menge neuer Auffassungen und Forschungsmethoden ausarbeiten wird.

Um dieses gegenseitige Verhältniss der Analysis und der Arithmologie klarzulegen, erlaube ich mir folgendes Beispiel anzuführen. Nehmen wir an, dass wir irgend eine physikalische Eigenschaft der Körper, etwa die Wärmeleitung untersuchen. Selbstverständlich müssen wir unsere Untersuchung mit dem einfachsten Falle anfangen, wo nämlich der Körper überall eine homogene Struktur hat. In diesem Falle wird sich die Wärme im Körper stetig und gleichmässig nach allen Seiten ausbreiten, und daher wird hier die Analysis anwendbar sein. Diesem einfachen Falle folgen höchst verschiedenartige Fälle, wo die Structur der Körper nicht überall homogen ist und sich daher die Wärme nicht gleichmässig ausbreiten wird. Hier müssen schon arithmologische Erwägungen stattfinden.

Die Analysis, als die einfachere Form der mathematischen Einsicht, hat sich daher schneller entwickelt und früher einen deduktiven Charakter erhalten, als die Arithmologie, die noch bis heute einen mehr inductiven oder besser einen induktiv-deduktiven Charakter trägt.

Ausser der Analysis und der Arithmologie enthält die reine Mathematik noch zwei bedeutende Abtheilungen: die Geometrie und die Wahrscheinlichkeitsrechnung, auf welche vollkommen die Methoden der Analysis und der Arithmologie anwendbar sind. Die Geometrie besitzt auch selbständige Methoden, die natürlich speciell die Untersuchung von Raumproblemen im Auge haben. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung oder die exakte Wissenschaft von den zufälligen Ereignissen jedoch hat bis jetzt keine selbständigen Methoden ausgearbeitet. Sie wendet nur die Methoden der Analysis und der Arithmologie bei der Untersuchung der Gesetze von zufälligen Ereignissen an. Es ist wohl zu verstehen, dass die Analysis in Folge ihrer schnellen Entwickelung die Hauptrolle in den verschiedenen Anwendungen der Mathematik spielt. Dank der Analysis entwickelten sich die Mechanik, die Astronomie, die mathematische und schliesslich ein neues Gebiet innerhalb der Chemie — die physikalische Chemie oder die chemische Energetik.

Bei dieser Entwickelung der exacten Wissenschaften gab die Analysis gewöhnlich das Schema für die mechanischen Untersuchungen; die Mechanik ihrerseits gab das Schema für astronomische und physikalische Untersuchungen und schliesslich gab die Physik das Schema für die Untersuchungen der physikalischen Chemie.

Daher findet N. W. Bugajew in den Naturerscheinungen, deren Systematisierung auf der Anwendung der Analysis beruht, folgende Eigenschaften, die sich aus den Eigenschaften der stetigen analytischen Funktionen herleiten lassen: 1) die Stetigkeit der Erscheinungen; 2) die Beständigkeit und Unveränderlichkeit ihrer Gesetze; 3) die Möglichkeit, eine Erscheinung durch ihre elementaren Aeusserungen zu charakterisieren; 4) die Möglichkeit elementare Erscheinungen in ein Ganzes zusammenzufassen; 5) die Möglichkeit eine Erscheinung für

vergangene und zukünftige Zeitmomente genau und bestimmt zu skizzieren.

Diese Begriffe bilden gerade das Wesen der modernen wissenschaftlich-philosophischen Weltanschauung; sie sind in den Naturwissenschaften entstanden als Begriffe, die zur Ermöglichung der Anwendung der Methoden der Analysis auf die Erforschung der Natur durchaus nothwendig sind; sie folgen aus den Grundeigenschaften der stetigen oder analytischen Funktionen. Daher kann man unsere moderne wissenschaftlich-philosophische Weltanschauung als eine a n a l y t i s c h e bezeichnen.

Nachdem die analytische Weltanschauung in den die Natur behandelnden Grundwissenschaften festen Boden gewonnen und den letzteren Allgemeinheit und Universalität mitgetheilt hatte, ging sie allmählich bei den wissenschaftlichen Forschern in Gewohnheit, sozusagen, in Fleisch und Blut über, und fing an in die Biologie, Psychologie und sogar in die Sociologie einzudringen.

Der Versuch Darwin's, das Gesetz der evolutionsmässigen Entstehung der Arten zu begründen, ist nur eine Folge der analytischen Weltanschauung mit ihrer Idee der Stetigkeit.

Ebenso befestigt sich immer mehr und mehr die Idee von dem stetigen Wachsthum und der stetigen Vervollkommnung sämmtlicher Elemente der menschlichen Gesellschaft in ihrem natürlichen Fortschritt: die evolutionsmässige Entwickelung des socialen Lebens bürgert sich in der Auffassung der Historiker immer mehr ein und verdrängt bei ihnen die Revolutionstheorien.

Das ist, kurz gesagt, die nützliche Seite der analytischen Weltauffassung. Bei ihrer weiteren rationalen Entwickelung wird es möglich sein, viele neue bedeutende Folgerungen zu gewinnen. Zu bedauern ist es aber, dass viele Gelehrte in Folge ihrer Gewöhnung an die analytische Weltauffassung es für vollkommen na-

türlich erachteten, dieselbe auf viele Fakta ohne genügende Kritik zu übertragen. So entstehen verschiedene paradoxe Hypothesen, deren Folgerungen absolut nicht mit der Wirklichkeit im Einklang stehen.

Viele Philosophen fangen an zu behaupten, dass das Weltgeschehen nur den Gesetzen der Causalität unterworfen sei und dass die Zweckmässigkeit in der Natur überhaupt keine Rolle spiele. Die stetige Aenderung der Variablen in der analytischen Funktion und die dadurch vollständig fatalistisch entstehende stetige Aenderung der Funktion selbst, diente als Quelle der philosophischen Annahmen, als wäre alles, was in der Welt geschieht, nur ein Produkt der fatalistischen Causalität. Daraus entsprang, als Konsequenz, die Verneinung des freien Willens und sämmtlicher idealen Bestrebungen des Menschen; Gut und Böse, Schönheit und Gerechtigkeit, das Streben nach göttlicher Vollkommenheit werden als Illusionen der menschlichen Phantasie dargestellt. Daraus entsprangen auch die modernen pessimistischen Anschauungen auf die ganze menschliche Existenz.

Alle diese Anschauungen wurden in den Socialwissenschaften gang und gäbe, wenigstens werden sie von vielen Gelehrten in Widerspruch gegen die Wirklichkeit mit bewunderungswürdiger Consequenz durchgeführt.

N. W. Bugajew citirt in seinem Aufsatz folgenden Theil[1]) eines Gedichtes (der Autor nicht genannt), wo die analitische Weltanschauung mit ihrem Pessimismus betreffs der menschlichen Natur in poetischer Form sehr klar dargestellt ist:

1) Die Uebersetzung der betreffenden Theile des Gedichtes ins Deutsche verdanke ich der Liebenswürdigkeit des Herrn Oberlehrer I. S. Prodan.

Erwidert die Natur: „Magst sein das Haupt der Schöpfung, —
Wer krönte aber dich mit deiner gold'nen Krone?
Und glaubst du, armer Thor, in deinem blinden Wahne,
Dass ich dir Sclavin bin, und du — mein Herr, Gebieter?
Vom dichten Schleier hob ich auf blos einen Zipfel,
Und du, Pygmäe, wähnst, dass du mich ganz durchschaut?
Ins Allerheiligste gedrungen wähnst du dich,
Woselbst du dein Gesetz und deinen Plan gezeichnet?
O Thor! Ich winke blos, und furchtbar wirst erbeben,
Gleich meinem feigsten Hund, wirst dich im Staube wälzen;
Ich rüttle auf die Erd', und plötzlich wird zu Staube
Dein Stolz und deine Macht — die grössten deiner Städte;
Ich sende dir den Krieg und dessen Schwester — Seuche,
Der Felder Blütenpracht verwandle ich in Wüsten,
Die Meere giess ich aus, umhüll' die Sonn' mit Nebel, —
Und du wirst, wie ein Thier, vor Schmerz und Trauer heulen.
Was du erstrebst und hoffst, das kümmert mich gar wenig:
Erbarmen kenn' ich nicht, und mein Gesetz der Zahlen
Kennt weder Wohl noch Weh', kennt weder Lohn noch Strafe.
Ich schreit' im Siegeszug zu unbekannten Landen.
Ich kenne weder Ziel, noch Anfang, noch ein Ende:
Ich zeuge und vernichte, nicht prahlend und nicht zürnend,
Den Elephanten und den Wurm, den Weisen und den Thoren.
Drum leb', wie Alles lebt. Wog' auf aus ew'gen Fluten
Für einen Augenblick und dann verschwind' für immer;
Und wage nicht so dreist mit mir den Kampf zu führen,
Der ew'gen Mutter alles Lebenden und Todten".
So donnert die Natur mit Millionen Stimmen
In Blitzen, Wogen, Wind, in Stürmen und Gewittern.

Allmählich jedoch fingen die Gelehrten an zu merken, dass die analytische Weltanschauung zu Folgerungen führt, die der Wirklichkeit nicht entsprechen und die vollkommen natürlichen ethischen und ästhetischen Bestrebungen der Menschen ausschliessen. Es entsteht aber die Frage, wo man denn die Erklärung für diese vom Standpunkte der für die Gelehrten zur Gewohnheit gewordenen analytischen Weltanschauung nicht zu begreifenden Bestrebungen des Menschen zu suchen habe? Wie lässt sich für dieselben ein modus vivendi in unseren Ansichten von der Natur gewinnen?

N. W. Bugajew giebt eine Antwort auf diese wichtige Lebensfragen. Er schlägt vor, auf die Naturerscheinungen von einem höheren, dem allgemein-mathemati-

schen Standpunkt zu blicken. Dann erweist es sich, dass es zur Erklärung von Erscheinungen, die vom Standpunkt der analytischen Weltanschauung unerklärbar sind, einen allgemeineren Standpunkt — den arithmologischen — giebt, der zugleich die Individualität der zu beobachtenden Elemente nicht aufhebt.

In der Mathematik können genug Beispiele angeführt werden, wo die analytischen Methoden versagten und die arithmologischen Methoden angewandt werden mussten.

In erster Linie kommen hier die Probleme in Betracht, die sich auf die Eigenschaften der ganzen Zahlen beziehen; durch diese Fragen wurde die Zahlentheorie als der Grund der Arithmologie gelegt.

Zweitens erwiesen sich die Fragen, betreffs der Zahl der geometrischen Formen mit n Parametern, die n gegebenen Bedingungen genügen [1], sogar in den einfachsten Fällen als unlösbar, bis schliesslich die französischen Mathematiker der 60-er Jahre des vorigen Jahrhunderts specielle arithmologische Methoden ausarbeiteten. Dadurch entstand ein neues Gebiet der Geometrie: die abzählende Geometrie [2]).

Drittens ging die Theorie der Invarianten algebraischer Formen, nachdem sie ihren Anfang in der Analysis genommen hatte, schnell zu zahlentheoretischen Methoden (in den Arbeiten von Cayley und Sylvester), jedoch darauf zu allgemeineren arithmologischen Metho-

---

1) Als Beispiel kann folgende Frage dienen: Wie viel Kegelschnitte auf der Ebene (die fünf Parameter haben) berühren fünf gegebene Kegelschnitte. Diese ziemlich einfache Frage der abzählenden Geometrie bietet schon grosse Schwirigkeiten bei ihrer analytischen Auflösung dar.

2) Der Bericht über die geschichtliche Entwickelung der abzählenden Geometrie findet sich in meiner Schrift: „Theorie der numerischen Characteristiken der Curvensysteme“. (Теорія числовыхъ характеристикъ системъ кривыхъ линій. Москва, 1892).

den, welche die Grundlage der symbolischen Richtung in der Invariantentheorie (in den Arbeiten von Arnhold, Clebsch, Gordan) bilden, über; die letztere Richtung hat ihrerseits ein wichtiges und grosses Gebiet der Arithmologie geschaffen: die Arithmisation der algebraischen Funktionen [1]).

In der Mechanik und in der Physik spielen zur Zeit die analytischen Methoden eine grosse Rolle; man darf jedoch annehmen, dass bei der weiteren Entwickelung dieser Wissenschaften auch die arithmologischen Methoden als nothwendige sich erweisen werden.

In der Chemie jedoch haben die arithmologischen Methoden schon einen grossen Nutzen gebracht und man kann ruhig sagen, dass die Chemie ihren gegenwärtigen Standpunkt fast ausschliesslich zwei Richtungen verdankt: der atomistischen Structur-Theorie von Kekulé-Butlerow und dem periodischen System der chemischen Elemente von D. J. Mendelejew; diese beiden Theorien tragen jedoch einen ausschliesslich arithmologischen Charakter.

Vor hundert Jahren versuchte der berühmte französische Chemiker Berthollet in seiner klassischen Arbeit: „Essai de statique chimique“, die analytische Richtung bei den chemischen Untersuchungen zu begründen.

Berthollet nahm an, dass die sogenannte chemische Verwandtschaft — die Ursache aller chemischen Erscheinungen — eine Aeusserung derselben Eigenschaft der Ma-

---

1) Ein kurzer Bericht über die geschichtliche Entwickelung der Invariantentheorie findet sich in meiner Schrift: „Theorie der rationellen Invarianten der binären Formen in der Richtung von Sophus, Lie, Cayley und Aronhold. (Теорія раціональныхъ инваріантовъ бинарныхъ формъ въ направленіи Софуса Ли, Кэли и Аронгольда. Юрьевъ, 1899). Noch ausführlicher ist dieser Bericht in der Schrift von Prof. F. Meyer dargestellt, (Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. I).

terie wäre, die auch das Newton'sche Gravitationsgesetz bedingt; nur seien die Erscheinungsformen der chemischen Verwandtschaft bedeutend komplizierter, als die Erscheinungsformen der Gravitation, weil bei den im Vergleich zu ihrer Grösse sehr geringen Abständen der Theilchen von einander in den chemischen Verbindungen, ausser der Masse und der gegenseitigen Entfernungen auch noch die Form der Atome, die das Molekül bilden, und die Entfernung der Atome von einander eine Rolle spielte. Je mehr die chemischen Gesetze verallgemeinert werden würden, meinte Berthollet, würden sie sich immer mehr den astronomischen Principien nähern und dann auch der mathematischen Analysis zugänglich werden.

Die Bemühungen Berthollet's selbst und seiner Nachfolger, diese seine Ideen durchzuführen, endeten mit einem gänzlichen Misserfolge und sie blieben ungefähr bis zur Mitte des verflossenen Jahrhunderts unbeachtet und trugen zur Entwickelung der modernen Chemie fast garnichts bei.

Erst in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts wurden diese Ideen wieder erneuert und legten den Grund zu einem Theile der Chemie, nämlich der physikalischen Chemie, oder der chemischen Energetik. Meiner Meinung nach haben jedoch diese mechanisch-physikalischen Anschauungen von den chemischen Erscheinungen zur Lösung der Frage von der chemischen Verwandtschaft wenig beigetragen; sie berühren ausschliesslich die eng-physikalische Seite der chemischen Erscheinungen.

Mit der Entdeckung des Gesetzes der multiplen Verhältnisse durch den englischen Chemiker Dalton im Jahre 1804 und mit der Anwendung der atomistischen Theorie, entwickelte sich die Chemie ganz in arithmologischer Richtung, wobei sie eine Reihe glänzender Entdeckungen, sowohl rein theoretischen, wie auch ange-

wandten Charakters lieferte, die einen unverwelklichen Ruhm der Chemiker des 19-ten Jahrhunderts bilden.

Der ganze Erfolg dieser beispiellos schnellen Entwickelung der Chemie war dadurch bedingt, dass sie sich nicht in den engen Rahmen der von Berthollet vorgeschlagenen analytischen Denkweise zwingen liess, sondern für ihre Anschauungen die freiere arithmologische Form wählte, welche die Individualität der Atome der verschiedenen Elemente nicht aufhebt.

Es ist zweifellos merkwürdig, dass das formal-arithmologische Schema chemischer Untersuchungen, nämlich die atomistische Struktur-Theorie von Kekulé - Butlerow, wie es mir gelungen ist in einer Reihe meiner Arbeiten zu beweisen [1]), vollständig mit dem Schema der symbolischen Invariantentheorie zusammenfällt. Wenn man in Erwägung zieht, dass beide formal-arithmologische Schemata von Chemikern und Mathematikern ganz unabhängig von einander ausgearbeitet worden sind, wenn man bedenkt, wie viel Streitigkeiten es unter den Chemikern

---

1) Grafische Aufstellung des simultanen Systems einer cubischen und einer biquadratischen Form, wodurch die Uebereinstimmung der atomistischen Theorie und der symbolischen Invariantentheorie hergestellt ist. Acta et commentationes I. Univ. Jurjewensis. 1900.

Uebereinstimmung der Formeln der Chemie und der Invariantentheorie (mit P. Gordan). Sitzungsberichte der physical.-med. Societät zu Erlangen. 1900. Auch in „Zeitschrift für physikalische Chemie“. Bd. 35, 1900.

Ueber die Bedeutung der symbolischen Invariantentheorie für die Chemie. Zeitschrift für physikalische Chemie. Bd. 36. 1901.

Основы символической теорiи инварiантовъ (для химиковъ). Ученыя Записки Ю. У. 1901. Журналъ русскаго физико-химическаго Общества, т. 33, вып. 3. СПБ. 1901.

О совпаденiи методовъ формальной химiи и символической теорiи инварiантовъ. Журналъ русскаго физико-химическаго Общества, т. 33, вып. 4. 1901.

Ueber das Endlichkeitsproblem in der Chemie. Zeitschrift für physikalische Chemie. Bd. 38. 1901.

bei Theorisirung der Beobachtungen der chemischen Erscheinungen gegeben hat, die sich schliesslich in ein festes arithmologisches System fügten, so tritt, glaube ich, die universelle Bedeutung der mathematischen Methoden und Begriffe klar zu Tage. Wenn auch diese Begriffe und Methoden rein speculativ ausgearbeitet worden sind, wenn sie auch zuweilen von den Bedürfnissen des täglichen Lebens allzuweit abstehen, so haben sie nichts desto weniger einen vernünftigen Zweck und über kurz oder lang werden die Naturforscher und sogar Leute der Praxis aus ihnen doch einen Nutzen ziehen.

Aronhold, später Clesch und Gordan, begründeten einen sehr speciellen Theil der Mathematik — die symbolische Invariantentheorie — und ahnten selbstverständlich nicht, dass zur selben Zeit die Chemiker sich abmühten mit der Ausarbeitung eines ähnlichen formalen Schemas für chemische Untersuchungen, das späterhin so viele Entdeckungen auf dem Gebiete der reinen und der angewandten Chemie herbeiführte. Wenn die mathematischen Kenntnisse mehr verbreitet gewesen wären, so wäre dadurch die soeben erwähnte Arbeit der Chemiker bedeutend erleichtert worden: sie hätten vor 30 Jahren nur das Schema der symbolischen Invariantentheorie, das ausserdem bedeutend vollendeter ist, als die atomistische Strukturtheorie, sogar in ihrer gegenwärtigen Gestalt, zu benutzen brauchen.

In meiner Schrift „Ueber das Endlichkeitsproblem in der Chemie“ (Zeitschrift für physikalische Chemie Nr. 38, 1901) zum Beispiel, gebe ich neue Begriffe an, die sich aus Gordan's arithmologischem Endlichkeitsproblem ergeben und sich zugleich zur Lösung der Fragen betreffs der Klassification der, wie man meinen sollte, unzähligen chemischen Verbindungen, die immer neu entdeckt werden, geeignet erscheinen. Diese Begriffe haben bis jetzt bei den Chemikern noch nicht eine feste

Formulirung gewonnen; gleichwohl werden sie derselben über kurz oder lang nicht entrathen können.

Nachdem wir im vorhergehenden Abschnitt recht ausführlich dargelegt haben, dass schon für die Chemie die analytische Weltanschauung allein nicht genügt, dass sie dagegen auch oder besser, mehr die arithmologische Denkweise braucht, sind wir berechtigt, den Schluss zu ziehen, dass in der Biologie und in der Sociologie, die es mit einzelnen von einander verschiedenen Individuen — im ersten Falle Zellen, im zweiten menschlichen Persönlickheiten — zu thun haben, die analytische Denkweise mit ihrem Universalismus um so weniger genügt; hier kann und muss die Hauptrolle die arithmologische Denkweise spielen, da sie den individuellen Eigenschaften der zu beobachtenden Elemente einen grösseren Spielraum lässt.

Die analytische Denkweise strebt, wie wir schon früher sagten, darnach, alle Erscheinungen der Natur auf einen allgemeinen Mechanismus mit fatalistisch-bestimmten Bewegungen zurückzuführen. Es ist jedoch ganz evident, dass die mechanischen Faktoren, da sie sich gänzlich indifferent zu jeglicher bewusster Zwecksetzung verhalten, nicht im Stande sind, das vernünftig-zusammenhängende Reich der lebendigen Natur, in dem alles so harmonisch, so zweckmässig ist, in dem alles zur Vollkommenheit strebt, hervorzubringen. Die mechanischen Erscheinungsformen des lebendigen Organismus sind nur seine elementarsten Eigenschaften, an die sich andere höhere, nämlich die psychischen anschliessen. Die psychischen Eigenschaften eines lebendigen Organismus können jedoch nicht studiert werden durch die Beobachtung und die Vergleichung der sie begleitenden mechanischen Erscheinungen, weil sie sich nicht aus den letzteren ergeben; im Gegenteil, die mechanischen Erscheinungen sind nur ganz partielle Details im psychischen

Leben des Organismus. Von nebensächlichen Details jedoch auf das Ganze ohne jegliche Abstraction zu schliessen, ist natürlich ein Unding.

„In allen Naturwissenschaftten". sagt der ehemalige Professor an der Dorpater Universität Alexander von Oettingen[1], „gilt meist der Weg äusserer Erfahrung oder Beobachtung als die berechtigte und vorwaltende Untersuchungs- und Begründungsform. In den Geisteswissenschaften, meint man das idealisierende (speculative) Verfahren eher, als das sachgemässe zugestehen zu können".

Deshalb ist es zur Auffassung des inneren Sinnes der Lebenserscheinungen, zum Einblick in dieses Reich der Zwecke nothwendig zur Selbstbeobachtung, zur inneren Erfahrung Zuflucht zu nehmen, d. h. zur Construction speculativer, folglich mathematischer oder richtiger, arithmologischer Schemata, die natürlich dabei der Wirklichlichkeit entsprechen.

Wir haben gesehen, dass für die chemischen Vorgänge, die die Zwischenstufe zwischen der anorganischen und der organischen Welt bilden, diese Anschauungen als vollkommen gerechtfertigt erscheinen: die mechanische Wärmetheorie hat in ihrer Anwendung auf die Chemie fast nichts neues über die chemischen Eigenschaften der Körper aufgedeckt, während die spekulativ-arithmologische Theorie der atomistischen Struktur der Materie, bei der Lösung der Grundprobleme im Gebiet der chemischen Erscheinungen, uns einen gewaltigen Schritt vorwärts gebracht hat.

Somit können wir überzeugt sein, dass der Arithmologie eine wichtige Rolle bei der Aufdeckung der psychischen Gesetze beschieden sein wird, analog der Rolle,

1) Die Moralstatistik in ihrer Bedeutung für eine Socialethik. 3-te Auflage. Erlangen. 1882.

welche sie schon in einem andern, weniger complicirten jedoch ebenfalls nicht mechanischen Gebiet — im Gebiet der chemischen Erscheinungen gespielt hat.

Auf jeden Fall wird die Arithmologie in der Zukunft gewisse leitende Ideen für die Untersuchungen der Erscheinungen des Pflanzen-, Thier- und social-menschlichen Lebens liefern, weil sie selbst ein Werk des menschlichen Geistes ist, dessen Zwecksetzungen eine vernünftige Grundlage besitzen. Letzteres kann als genügender Grund unseres Postulates dienen.

Im Jahre 1877 hat G. Teichmüller[1]), weiland Professor der Philosophie an der Universität zu Dorpat, den Darwinismus einer sehr scharfer Kritik unterworfen. Unter vielen anderen Motiven gegen die Möglichkeit der successiven Entstehung der Arten, fügt G. Teichmüller die hier dargestellte arithmologische Denkweise hinzu. Das ist der erste Fall meines Wissens, wo der mathematische Begriff der Unstetigkeit bei der Kritik der wissenschaftlich-philosophischen Weltanschauung angewandt worden. Ich werde mir erlauben, einige Zeilen aus diesem Aufsatz von G. Teichmüller zu citieren (S. 73—76):

„Die Darwinisten stützen sich auf das allgemein gültige Gesetz der Continuität, sie vergessen aber, dass es nothwendiger Weise auch ein Gesetz der Discretion geben muss, da alle Gegensätze einander fordern und keiner ohne den andern gedacht werden kann. Denn Gutes giebt es nicht ohne Böses, Rechts nicht ohne Links und Continuität nicht ohne Discretion. Es entsteht daher die Frage, welches von den beiden Gesetzen hier seine Anwendung findet".

„Da nun die Organismen aus discreten Elementen bestehen, so müssen wir sie nach dem Vorbild der dis-

1) Darwinismus und Philosophie. Dorpat. 1877.

creten Grössen betrachten. Nehmen wir also das einfachste System, z. B. die Producte, etwa $3 \times 8 = 24$. Wenn wir jetzt durch Addition von Eins jedesmal einen Factor ändern, so entsteht nicht 25 wie bei den Summen, wo durch Vermehrung eines Postens die Summe um den gleichen Werth wächst, sondern sofort 32 und 27, die durch einen Sprung von einander und von 24 getrennt erscheinen, und es wäre gegen die Logik der Sache, wollte man verlangen, 24 müsste sich erst durch 25 und 26 hindurchbewegen, ehe es zu 27 und 32 gelangen könnte. Bei den Potenzen aber sieht man gleich, dass die Variirung eines Factors entweder das ganze System aufheben müsste, so dass es keine Potenz mehr darstellte, oder die gleiche Veränderung des andern Factors nach sich ziehen würde, wobei dann der scheinbare Sprung noch mehr in die Augen fiele, der Grund dieser entgegengesetzten Erscheinungen liegt darin, dass bei den Summen die Theile nur ihrem absoluten Werthe nach in Betracht kommen und keine systematische Beziehung auf das Ganze haben und ebenso die Operation identisch bleibt; bei den Producten aber der Factor seinen Werth in Beziehung auf die andern Factoren hat und die Veränderung des Products durch zwei verschiedene Gesetze bestimmt wird. Folglich sind solche continuirliche und unmerkliche Uebergänge, wie die Darwinisten sie fordern, nur möglich, wo man nicht mit Systemen zu thun hat und die Elemente nur nach ihrem absoluten, nicht aber nach ihrem relativen Werthe in Rechnung kommen, wie z. B. der fallende Tropfen allmählig den Stein aushöhlt, aber auf ungelöschten Kalk treffend neben der mechanischen zugleich eine chemische Wirkung ausübt, die bezüglich aus einem andern Gesetze zu erklären ist. Und selbst im rein physikalischen Gebiete kann man die qualitativen Punkte zeigen, z. B. an der Krystallisation; denn die continuirlich abnehmende Wärme bewirkt doch

nicht continuirlich, sondern sprungweise die Erscheinung des Eises. Darum würde der Darwinismus im Rechte sein, wenn die Pflanzen und Thiere Summen wären. Da man aber eine so rohe Vorstellung nicht im Ernste gelten lassen wird, sondern die beziehungsreiche Wechselwirkung der Elemente in den lebendigen Wesen zum Mindesten durch das einfachste abstracte System der Producte erläutern muss, so wird man auch bei allen Systemen der Natur, deren Factoren differente Functionen ausüben, also bei allen Organismen, darauf verzichten müssen, eine unmerkliche sprunglose Ueberführung einer Form in die andere zu fordern; vielmehr verlangt die Logik, dass in der Natur lauter solche der Erscheinung nach durch einen grösseren oder geringeren Abstand von einander getrennte Formen zu gleicher Zeit neben einander existiren müssen, die nicht allmälig aus einander entstanden sind".

Auf die Frage jedoch, warum die Arithmologie bis jetzt einen so geringen Einfluss auf die Entwickelung der biologischen und sociologischen Wissenschaften ausgeübt hat, kann man folgendes antworten: Erstens ist die Arithmologie mit ihren zahlreichen Abtheilungen eine noch sehr junge Wissenschaft, die nicht nur den Naturforschern, sondern auch den Mathematikern Specialisten wenig bekannt ist. Zweitens, steht sie in Verbindung mit den schwierigsten und kompliziertesten Problemen der biologischen und sociologischen Erscheinungen, die zu lösen die Menschheit noch nicht im Stande ist.

Uebrigens gewinnt die Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung eine immer grössere Anwendung in diesen Wissenschaften; dies lässt aber hoffen, dass bald auch die allgemeinen arithmologischen Begriffe zur Bearbeitung des gesammelten Materials nöthig sein werden.

Es werden, zum Beispiel, unter den Historikern schon

Stimmen laut, die sich für die ziffermässigen und graphischen Methoden bei der Darstellung historischer Fakte aussprechen, da dieselben eine genauere Vorstellung von den historischen Erscheinungen geben, als die beschreibende Methode, die ausserdem sehr oft einen subjectivtendenziösen Charakter trägt.

Am entschiedensten hat sich in diesem Sinne der französische Historiker Bourdeau im Jahre 1888 [1]) ausgesprochen, dessen Ideen zum Theil auch Professor Ljubowitsch in seiner Schrift [2]): „Die Statistik in ihrer Anwendung auf die Geschichte" zustimmt.

In der Broschüre Prof. Ljubowitsch's werden als Beispiel einige Zahlen, die sich auf das sociale Leben Deutschlands vom XIV—XVI Jahrhundert beziehen, angeführt.

„Wir werden sehen", schreibt Prof. Ljubowitsch, „wie einige Zahlen, die wir dort einsetzen, wo sonst die Historiker von Wohlstand, Blüthe, Reichthum, dichter Bevölkerung, etc. etc. sprachen, uns veranlassen, mit ganz anderen Augen auf diese Facta zu blicken und zu bekennen, dass wir letztere in einem ganz falschen Lichte betrachtet haben".

Die Zahlenangaben, die in dieser Broschüre angeführt werden, zeigen uns, zum Beispiel, den Gang der geistigen Entwickelung auf Grundlage der Anzahl der Bücher und Broschüren in den Bibliotheken zu verschiedenen Zeiten, ebenso auf Grundlage der Zahl von Studierenden an verschiedenen Universitäten; weiter zeigen sie uns die Entwickelung der Vermögensverhältnisse der städtischen Bevölkerung, nach der Zahl der Steuerzahlenden verschiedener Kategorien in verschiedenen Städten.

Der Untersuchung dieser mannigfaltigen Aeusserungs-

1) Bourdeau. L'histoire et les historiens. Paris. 1888.

2) Любовичъ. Статистика въ ея примѣненіи къ исторіи. Варшава. 1901.

formen des menschlichen geistigen Lebens werden mit der Zeit die machtvollen Methoden der Arithmologie, als einer Wissenschaft von unstetigen Funktionen, zu Hilfe kommen. Sie werden uns die Möglichkeit bieten, den komplizierteren Zusammenhang einiger psychischen Vorgänge darzustellen, ohne die Willensfreiheit, natürlich nur in gewissen Grenzen, aufzuheben, und ohne ihnen den fatalistischen Universalismus, der eine Eigenschaft der analytischen, stetigen Funktionen ist, aufzudrängen.

Die ethischen und aesthetischen Bestrebungen des Menschen werden in diesen Untersuchungsmethoden ihre volle Rechtfertigung finden, durch sie wird auch das religiöse Empfinden des vernünftigen Menschen gerechtfertigt erscheinen. Der Mensch wird von diesem Standpunkt aus nicht als ein einfaches System von Zellen mit den einförmigen Processen „Integration und Desintegration", nicht als ein einfacher Mechanismus, der vom blinden Schicksal gelenkt wird, erscheinen; überhaupt wird er sich nicht in der nach dem Recept der Positivisten, Mechanisten und Rationalisten construirten Form darstellen, sondern nach dem Bild und Gleichniss Dessen, der ihn geschaffen hat, und zu dem er als zu der höchsten Vollkommenheit, als zu dem Ideal der geistigen und sittlichen Schönheit frei hinaufstrebt. (Hier also findet man einen Versuch die Grundlagen des idealistischen Optimismus zu construiren, welcher viel vollkommener ist, viel mehr dem menschlichen Geistesleben entspricht, als der rein-materialistische Optimismus von E. Metchnikoff in seinem neu erschienenen Werke: „Etudes sur la nature humaine". Essai de philosophie optimiste. Paris. 1903).

Durch diese arithmologische Weltanschauung befreit sich der Mensch vom Pessimismus und Fatalismus; er sagt (im 2. Theil der obenerwähnten Gedichtes) der grausamen Natur:

Stimmen laut, die sich für die ziffermässigen und graphischen Methoden bei der Darstellung historischer Fakte aussprechen, da dieselben eine genauere Vorstellung von den historischen Erscheinungen geben, als die beschreibende Methode, die ausserdem sehr oft einen subjectivtendenziösen Charakter trägt.

Am entschiedensten hat sich in diesem Sinne der französische Historiker Bourdeau im Jahre 1888 [1]) ausgesprochen, dessen Ideen zum Theil auch Professor Ljubowitsch in seiner Schrift [2]): „Die Statistik in ihrer Anwendung auf die Geschichte" zustimmt.

In der Broschüre Prof. Ljubowitsch's werden als Beispiel einige Zahlen, die sich auf das sociale Leben Deutschlands vom XIV—XVI Jahrhundert beziehen, angeführt.

„Wir werden sehen", schreibt Prof. Ljubowitsch, „wie einige Zahlen, die wir dort einsetzen, wo sonst die Historiker von Wohlstand, Blüthe, Reichthum, dichter Bevölkerung, etc. etc. sprachen, uns veranlassen, mit ganz anderen Augen auf diese Facta zu blicken und zu bekennen, dass wir letztere in einem ganz falschen Lichte betrachtet haben".

Die Zahlenangaben, die in dieser Broschüre angeführt werden, zeigen uns, zum Beispiel, den Gang der geistigen Entwickelung auf Grundlage der Anzahl der Bücher und Broschüren in den Bibliotheken zu verschiedenen Zeiten, ebenso auf Grundlage der Zahl von Studierenden an verschiedenen Universitäten; weiter zeigen sie uns die Entwickelung der Vermögensverhältnisse der städtischen Bevölkerung, nach der Zahl der Steuerzahlenden verschiedener Kategorien in verschiedenen Städten.

Der Untersuchung dieser mannigfaltigen Aeusserungs-

1) Bourdeau. L'histoire et les historiens. Paris. 1888.
2) Любовичъ. Статистика въ ея примѣненіи къ исторіи. Варшава. 1901.

formen des menschlichen geistigen Lebens werden mit der Zeit die machtvollen Methoden der Arithmologie, als einer Wissenschaft von unstetigen Funktionen, zu Hilfe kommen. Sie werden uns die Möglichkeit bieten, den komplizierteren Zusammenhang einiger psychischen Vorgänge darzustellen, ohne die Willensfreiheit, natürlich nur in gewissen Grenzen, aufzuheben, und ohne ihnen den fatalistischen Universalismus, der eine Eigenschaft der analytischen, stetigen Funktionen ist, aufzudrängen.

Die ethischen und aesthetischen Bestrebungen des Menschen werden in diesen Untersuchungsmethoden ihre volle Rechtfertigung finden, durch sie wird auch das religiöse Empfinden des vernünftigen Menschen gerechtfertigt erscheinen. Der Mensch wird von diesem Standpunkt aus nicht als ein einfaches System von Zellen mit den einförmigen Processen „Integration und Desintegration", nicht als ein einfacher Mechanismus, der vom blinden Schicksal gelenkt wird, erscheinen; überhaupt wird er sich nicht in der nach dem Recept der Positivisten, Mechanisten und Rationalisten construirten Form darstellen, sondern nach dem Bild und Gleichniss Dessen, der ihn geschaffen hat, und zu dem er als zu der höchsten Vollkommenheit, als zu dem Ideal der geistigen und sittlichen Schönheit frei hinaufstrebt. (Hier also findet man einen Versuch die Grundlagen des idealistischen Optimismus zu construiren, welcher viel vollkommener ist, viel mehr dem menschlichen Geistesleben entspricht, als der rein-materialistische Optimismus von E. Metchnikoff in seinem neu erschienenen Werke: „Etudes sur la nature humaine". Essai de philosophie optimiste. Paris. 1903).

Durch diese arithmologische Weltanschauung befreit sich der Mensch vom Pessimismus und Fatalismus; er sagt (im 2. Theil der obenerwähnten Gedichtes) der grausamen Natur:

Doch mit erhobner Stirn und mit der Losung „Freiheit“
Geht muthig der Titan zum Reich der gold'nen Träume,
In das verheiss'ne Land. Er schlägt sich durch mit Mühe
Durch Regen, Sturm und Nacht. Ermattet fällt er häufig,
Doch keinen Augenblick im Kampfe lässt er fallen
Aus seiner mächt'gen Hand das Rechts- und Wahrheitsbanner.
Und stolz erwidert er: „Wer immer in die Seele
Mir haucht' die heilge' Glut, ob liebend oder strafend,
Ob Weisheit und Vernunft, ob Zufall toter Kräfte —
So hast du keine Macht dieselbe auszulöschen.
Du bist ja tot und blind in deiner grausen Schönheit;
Dagegen ich, erwärmt von ew'ger Glut des Geistes,
Mein eigenes Gesetz werd' schreiben deinen Kindern.
Ich sag': es werde Licht, die Finsterniss verschwinde,
Das Laster sei verbannt, zu Paradies werd' Wüste
Durch deine eig'ne Kraft, durch meiner Hände Leitung.
Du selbst sollst dienen mir und meinem Ideale,
So lang' ich hier verweil', bis ich von hier werd' scheiden“.

Jetzt wollen wir zu den Untersuchungen von P. A. Nekrassow, die wir am Anfang unserer Schrift erwähnten, übergehen.

Wir werden sehen, dass unsere vorhergehenden, mehr oder weniger allgemeinen, Ausführungen, über die Möglichkeit, in der Mathematik und speciell in der Arithmologie einige leitende Ideen für das Studium der abstracten und transcendentalen Principien der Biologie und Sociologie zu gewinnen, in den Untersuchungen des Moskauer Mathematikers schon ihre Verwirklichung finden.

Das Wesenliche der Wissenschaft nach der zufälligen Erscheinung, der Wahrscheinlichkeitsrechnung, ist im Folgenden enthalten.

Der Grundbegriff der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist die Wahrscheinlichkeit einer zufälligen Erscheinung A. Diese Wahrscheinlichkeit wird auf Grundlage der Untersuchung sämmtlicher Chancen „pro“ und „contra“ festgestellt, welche bei dem Vorgang sich finden lassen, bei dem die zufällige Erscheinung sich verwirklicht oder nicht verwirklicht.

Wenn bei einem Vorgange im Ganzen m Möglichkeiten vorhanden sind, wenn alle diese m Möglichkeiten gleich möglich und in dem gegebenen Vorgange eine Möglichkeit nicht durch die andere erstrebt werden kann, wenn schliesslich n Möglichkeiten für die unbedingte Erfüllug von A sind (folglich m—n gegen) die Verwirklichung, so wird die Wahrscheinlichkeit, dass A in Erfüllung gehen wird, durch den Bruch n/m ausgedrückt. Nehmen wir an, in einer Urne befinden sich 10 gleich grosse Kugeln, von denen 3 weiss und 7 schwarz sind, so ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Ziehen eine weisse Kugel zu ziehen $^3/_{10}$, und die Wahrscheinlichkeit eine schwarze zu ziehen $^7/_{10}$.

Der zweite Grundbegriff der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist der Begriff der Abhängigkeit (des Einflusses) zweier Erscheinungen A und B. Nehmen wir an, die Wahrscheinlichkeit von A sei a und nehmen wir weiter an, dass beim Eintreffen einer anderen zufälligen Erscheinung B die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens von A a posteriori x wird, so sagt man, dass B einen Einfluss auf A ausübt, wobei (a—x) oder besser $(a-x)^2$ als Mass dieses Einflusses dienen kann. Ist a—x=o, so sagt man, dass A unabhängig von B ist. Wenn x=1 ist, so wird beim Eintreffen von B, unbedingt auch A in Erfüllung gehen; in diesem Falle sagt man, dass B die Ursache und A die Folge ist.

Zum Beispiel, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in irgend einer Stadt ein Haus A abbrennen wird, sei a. Wenn das Nachbarhaus B in Brand geräth, so muss sich a selbstverständlich verändern, die Wahrscheinlichkeit wird eine andere x sein. Es kann nun durch zweckmässige Isolirung der Häuser A und B, etc. etc. der Einfluss von dem Brande des Hauses B auf den Brand des Hauses A derart paralysiert werden, dass a—x=o; wenn jedoch das nicht der Fall ist, so kann auf den

Brand des Hauses B auch der Brand des Hauses A, als seine unumgängliche Folge (x=1), sein.

Die Richtung des Einflusses kann man durch die algebraischen Zeichen + und — charakterisiren. Wenn B im Sinne einer Annäherung zu einem gewissen Ziele hin Einfluss übt, so kann man dem absoluten Betrage von $(a-x)^2$ das Zeichen + beifügen und man wird $+(a-x)^2$ bekommen; im umgekehrten Falle wird man $-(a-x)^2$ haben. Zum Beispiel, die Gründung einer Feuerwehr in irgend einer Stadt wird sich in positivem Sinne auf die Verminderung der Feuerschäden in derselben äussern, die Bildung jedoch einer Bande von Brandstiftern — in negativem Sinne.

Eine Beeinflussung führt nicht so nothwendig zu ihrem Ziel, wie die Ursache zu ihrer Folge. Sie tritt nicht mit einem Muss, sondern mit einem Soll, nicht mit absoluter Nothwendigkeit, sondern mit einer Nöthigung ein.

Man kann sagen, dass eine Beeinflussung gewissermassen elastisch ist, d. h. sie ist im Stande ihre Intensivität von Null, d. h. von der Unabhängigkeit, bis zur unbedingten Nothwendigkeit zu variiren, und dazu noch in zwei Richtungen, in der positiven und in der negativen. Daraus ergiebt sich die Wichtigkeit dieses Begriffes für die Untersuchungen der freien Handlungen des Menschen, als sociale Einheit, weil wir durch diesen Begriff die Möglichkeit gewinnen quantitativ die Zweckmässigkeit dieser oder jener socialen Einrichtung im Hinblick auf gewisse Ziele, die durch moralische und bürgerliche Gesetze gegeben sind, zu bestimmen.

Zum Schluss ist es noch nothwendig, auf einen Begriff, der eine grosse Rolle in den Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung spielt, hinzuweisen: ich meine den Begriff des stationären und des instationären Vorganges, in welchem die Verwirklichung von A beobachtet wird.

Wenn die sicheren Bedingungen des beobachteten Vorganges während der ganzen Beobachtungszeit als constant vorausgesetzt werden, so wird der Vorgang stationär genannt. Die Abhängigkeit oder Unabhängigkeit zweier Thatsachen A und B von einander wird bei solchen Vorgängen stationär genannt.

Wenn im Laufe der Zeit und entsprechend den Umständen die sicheren Bedingungen eines Vorganges sich objectiv ändern, indem sie nach der einen oder andern Seite hin an Zahl zunehmen und dadurch die Wahrscheinlichkeiten der zufälligen Erscheinungen, die nun umgewerthet werden müssen, ändern, so nennt man den Prozess einen instationären. Die Abhängigkeit, resp. Unabhängigkeit, der zufälligen Erscheinungen A und B von einander bei einem solchen Vorgange nennt man instationär.

Als Beispiel für einen stationären Prozess kann das Leben irgend einer Gesellschaft zu einem gegebenen Zeitpunkte dienen. Umgekehrt stellt das Leben derselben Gesellschaft in seiner historischen Entwickelung einen instationären Prozess dar.

Selbstverständlich kann jeder instationäre Prozess in eine Reihe von stationären Vorgängen zerlegt werden.

Ein jeder von uns kommt täglich in die Lage, die Wahrscheinlichkeit dieser oder jener zufälligen Erscheinung abschätzen zu müssen, wenn auch eine solche Schätzung oft unbewusst vorgenommen und nur annähernd genau durchgeführt wird. Wenn Jemand das Eintreffen eines gewissen Ereignisses erwartet, so wägt er die Chancen, die für und wider dasselbe sprechen, ab, um zu beurtheilen, ob er die Hoffnung auf das Eintreffen des Ereignisses entweder hegen oder aufgeben soll. Im Laufe der Zeit kann die von einem und demselben In-

dividium geschätzte Wahrscheinlichkeit des Eintreffens eines und desselben Ereignisses in Folge verschiedener Umstände sich ändern; in diesem Falle wird die Wahrscheinlichkeit des zu erwartenden Ereignisses in einem instationären Vorgange geschätzt.

Folglich kann die Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Schritt und Tritt sowohl bei wissenschaftlichen Forschungen als auch bei der Lösung der verschiedenartigsten practischen Fragen, welche zufällige Erscheinungen betreffen, Anwendung finden.

Vor hundert Jahren sagte der grosse Mathematiker Laplace: „Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist im Wesentlichen nichts anderes, als die Uebertragung des gesunden Menschenverstandes auf das Rechenbrett; sie giebt uns Mittel und Wege zur genauen Bestimmung dessen, was der Verstand richtig, aber rein instinctiv und, ohne sich darüber klar zu werden, erfasst".

Die Principien des Einflusses der unbedingten Nothwendigkeit und der Freiheit finden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung ihre numerischen Charakteristiken und werden auf diese Weise der mathematischen, hauptsächlich aber der arithmologischen Behandlung zugänglich gemacht.

Einfluss und Freiheit können in Bezug auf die Zwecke, welche der menschlichen Gesellschaft durch Gesetze der Sittlichkeit und des Staates gesetzt werden, wohlthätig oder schädlich wirken. Die Wahrscheinlichkeitsrechung bringt auch in diese Frage eine exacte Auffassung, indem sie die Richtung des Einflusses und der Freiheit dieser oder jener menschlichen Handlung durch algebraische Zeichen charakterisirt.

Von den sehr verschiedenen Zweigen der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat zu allererst die Lehre von den Mittelwerthen practische Anwendung gefunden. Diese

Theorie ist unter anderem der socialen Physik von Quetelet zu Grunde gelegt.

Der belgische Astronom und Statistiker Quetelet bestimmte auf Grund historischer und statistischer Daten die Wahrscheinlichkeiten verschiedener Begebenheiten und zog aus ihnen mit Hilfe der Lehre von den Mittelwerthen verschiedene Schlüsse; auf diese Art begründete er eine Wissenschaft, die er „sociale Physik" nannte.

Die Bedeutung der Lehre von den Mittelwerthen für die Bearbeitung obengenannter Thatsachen besteht wesentlich darin, dass diese Lehre zu Resultaten führt, deren Wahrscheinlichkeit sich der Einheit, also der Gewissheit nähert.

Eine feste Grundlage erhielt die Lehre von den Mittelwerthen durch die Forschungen des St. Petersburger Akademikers P. L. Tschebyschew, die in seiner Abhandlung: „Ueber die Mittelwerthe" enthalten sind[1]. Die weitere Ausarbeitung dieser Lehre hat man vorzüglich den russischen Mathematikern A. A. Markow, A. M. Ljapunow und P. A. Nekrassow zu verdanken.

In umfassendem Werke von P. A., Nekrassow, das wir auf erster Seite unserer Abhandlung citierten, finden wir eine Darstellung des gegenwärtigen Standes dieser Lehre.

In der Theorie der Mittelwerthe werden zufällige Massen-Erscheinungen mit gewissen, bestimmten Zahlen entsprechend, verbunden, um darnach gewisse logische Schlussfolgerungen über das mittlere Resultat dieser Zahlen, die vom Gange der zufälligen Erscheinungen abhängen, zu machen. Eine centrale Stellung bei diesen Schluss-

---

1) „Mathematische Sammlung" (Математическій Сборникъ). Bd. II, Moskau 1867; Journal de Liouville, t. XII, 2-me série. 1867.

folgerungen über das mittlere Resultat nimmt der Satz von Tschebyschew ein, nach welchem die Folgerungen aus den Mittelwerthen nur dann richtig sein werden, wenn folgende Hauptbedingung erfüllt ist: die zufälligen Massen-Erscheinungen, welche mit den in Betracht kommenden Zahlen verbunden sind, müssen von einander unabhängig sein. Ist diese Hauptbedingung im Massenprozesse nicht erfüllt, so können Schlussfolgerungen, die auf Grund der Lehre von den Mittelwerthen gemacht werden, sich als absolut falsch erweisen.

Bei exacten Messungen, die in grosser Anzahl vorgenommen werden, wie es bei astronomischen, geodäsischen und anderen inductiven Forschungen zu geschehen pflegt, sucht der Beobachter jede einzelne Messung künstlich derart zu arrangieren, dass sie sich als ein von den übrigen (ähnlichen) Messungen derselben Art genügend isolierten Vorgang darstellt. Folglich wird in den letztgenannten Fällen die Hauptbedingung der Lehre von den Mittelwerthen erfüllt und es wird daher möglich sein aus zahlreichen, wenig genauen Messungsresultaten, sehr genaue numerische Charakteristiken der beobachteten Erscheinungen zu erhalten; letztere bürgen dann auch für die Genauigkeit der aus den Beobachtungen hergeleiteten empirischen Gesetze und deren Deductionen.

Quetelet wollte statistische Daten über verschiedene Erscheinungen im socialen Leben mit Hilfe der Lehre von den Mittelwerthen bearbeiten, gab aber zu viel auf den äusseren Mechanismus der Abschätzung von astronomischen Beobachtungen, an die er als Astronom sich gewöhnt hatte. Dabei liess er ausser Acht, dass bei allen astronomischen Beobachtungen die freie intellectuelle Kraft des Beobachters selbst, die im Regulieren der Messungsprozesse besteht, eine grosse Rolle spielt, und

nahm, wie es bei astronomischen Messungen üblich ist, nur eine rein formale Theilung der Fehlerquellen in constante und zufällige an. In dieses enge Schema zwängte der belgische Gelehrte grundverschiedene Erscheinungen der menschlichen Thätigkeit. Da es aber hierbei nicht möglich war, die moralischen und intellectuellen Kräfte des Menschen, wegen einer gewissen Willkür derselben, in die Kategorie der constanten Ursachen zu bringen, so wurden sie zu den zufälligen gezählt, die sich im Endresultate aufheben. Somit unterschätzt Quetelet durchaus die Bedeutung der moralisch-intellectuellen Faktoren der Thätigkeit des Menschen, die sich in der Willensfreiheit des letzteren äussern, während er die Bedeutung der physischen und physiologischen Kräfte als solcher, die constant wirken, sehr überschätzte. Alles dieses bildet die erste fehlerhafte Prämisse der socialen Physik von Quetelet, wie es Nekrassow nachgewiesen hat.

Ausserdem liess Quetelet die Hauptbedingung, unter welcher eine Anwendung der Lehre von den Mittelwerthen erlaubt ist, ausser Acht: die Bedingung der Unabhängigkeit der zufälligen Erscheinungen im Massenprozesse, die zu jener Zeit allerdings noch nicht in einer so bestimmten Form, wie es durch Tschebyschew geschah, aufgestellt war. In Folge dessen untersuchte Quetelet auch nicht die Isolatoren, die das gesellschaftliche Leben so regulieren, dass die Lehre von den Mittelwerthen anwendbar wird; hierbei hätte er wiederum einer wichtigen Kraft Beachtung schenken müssen: nämlich dem vernünftig sich bethätigenden Willen des Menschen, der von selbst seine Unabhängigkeit und Individualität in einem gewissen Kreise seiner Wirksamkeit zweckmässig zu schützen sucht und dadurch selbst das gesellschaftliche Leben, im Sinne der Ermöglichung einer Anwendung der Methoden der Mittelwerthe, reguliert.

Natürlich steht dem Beobachter noch viel Arbeit bevor, wenn er sich in den sehr verwickelten Vorgängen der menschlichen Thätigkeit vollständig orientieren und mit Strenge die Unabhängigkeit der einzelnen Prozesse, die mit Hilfe der Lehre von den Mittelwerthen bearbeitet werden sollen, constatieren will.

Bei astronomischen Beobachtungen hat man es nur mit einem Regulator der zweiten Art, d. h. mit einem äussern Regulator, mit der moralischen und intellectuellen Persönlichkeit des Beobachters selbst, zu thun.

Quetelet wandte dieser nothwendigen, vernunftgemässen Regulierung der Beobachtungsdata, vor dem Anwenden der Lehre von den Mittelwerthen nicht die gehörige Aufmerksamkeit zu; nach seiner Meinung ist die Regelmässigkeit eines socialen Massenvorganges nur eine Folge der grossen Zahl, welche den Organismus der Gesellschaft geheimnissvoll zu einer Gesetzmässigkeit führt, die den Anforderungen der Lehre von den Mittelwerthen entspricht. „Je grösser die Zahl der beobachteten Individuen ist“, sagt Quetelet, „desto mehr verschwinden individuelle Eigenthümlichkeiten, seien es physische oder moralische, und räumen einer Reihe von allgemeinen Umständen, welche die Existenz und die Erhaltung der Gesellschaft bedingen, den Vorrang ein“ [1]). Dieses Postulat bildet die zweite irrige Prämisse der socialen Physik von Quetelet, worauf wiederum Nekrassoff hingewiesen hat. „Infolge dieses Irrthums“, sagt Nekrassow, „wurde die Bedeutung der Unabhängigkeit in der Weltordnung verkannt und es wurde sogar ein Schritt in der entgegengesetzten Richtung gethan nämlich in der Richtung des Fatalismus, der durch die grosse Zahl bedingt wird“.

---

1) Citiert in der Abhandlung von P. A. Nekrassow. S. 85.

Quetelet selbst war ein Anhänger Descartes, D'Alembert's und anderer Vertreter der idealistischen Richtung in der Philosophie, welche den Zweck in der Natur nicht leugneten, verfiel aber in den obengenannten Irrthum, welchen sich die Positivisten zunutze machten, unbewusst, ohne sich über die Ursachen, welche die socialen Vorgänge regulieren, klar zu werden, und nur darnach strebend, diese Ursachen auf irgend eine Weise zu erklären.

In seinen statistischen Forschungen war Quetelet sehr vorsichtig und deshalb erzielte er auch sehr ansehnliche Resultate, die einen werthvollen Beitrag zur Erforschung der socialen Erscheinungen bilden.

Doch Quetelet's Nachfolger liessen sich durch seine irrthümlichen Aufstellungen dermassen hinreissen, dass sie in denselben die Grundlage für eine positive Richtung in der Biologie und Sociologie erblickten, welche jegliche vernünftige Principien des Weltbaues, jegliche metaphisischen Begriffe, wie z. B. den Begriff der Willensfreiheit, verwirft und alle Erscheinungen auf eine fatalistisch-mechanische Organisation zurückführen will.

Seit der Mitte des XIX. Jahrhunderts wuchs die Zahl der Anhänger dieser Richtung äusserst schnell, bis sie gegen Ende des Jahrhunderts vorherrschend wurde. Erst seit einigen Jahren beginnen die Biologen und Sociologen, wenigstens die hervorragendsten unter ihnen, tiefer in das Wesen der Lebenserscheinungen einzudringen und kommen zu dem Schlusse, dass es nicht möglich ist, alles mit Hilfe der Mechanik zu erklären.

Zur Zeit der Herrschaft des Positivismus übten Quetelet's Ideen in der falschen Deutung, die ihnen von seinen Anhängern gegeben wurde, einen grossen Einfluss auf die Bildung von wissenschaftlich - philosophischen Weltanschauungen aus. Besonders viele Utopien hatte Quetelet's zweites irrige Postulat betreffs der Bedeutung der

Masse und der grossen Zahl zur Folge; dies veranlasste Alexander von Oettingen zu gewichtigen Einwendungen, die in seinem oben erwähnten (S. 18) Werke: „Die Moralstatistik in ihrer Bedeutung für eine Socialethik" dargelegt sind.

Wir wollen einige Zeilen (S. 45—47) aus diesem berühmten Werke anführen:

„Mit dem sogenannten „Gesetz der grossen Zahl", für welches Laplace's berühmter Schüler Poisson eine feststehende Formel erfand, ist viel Missbrauch getrieben worden. Schon dass man von einem „Gesetz" sprach, ist verkehrt. „Die grosse Zahl" wie Rümelin richtig hervorhebt, „ist wohl ein Mittel der Entdeckung auch von socialen Gesetzen, aber nie selbst ein Gesetz". Die Zahlen sind nicht „die Mächte des Kosmos" (Humboldt) oder gar die „unüberwindlichen Despoten desselben" (H. Schwabe), sondern in denselben spiegeln sich nur die Machtverhältnisse in messbarer Weise ab. Es kommt in der grossen Zahl der Beobachtungen das durchschlagende „Gesetz" als maassgebender Ausdruck für die Stetigkeit wirkender Ursachen und elementarer Kräfte zu Tage. Und das ist für die exacte, wissenschaftliche Erforschung der letzteren allerdings von tiefgreifender Bedeutung".

„Dadurch unterscheidet sich ja alle Wissenschaft von der Kunst, dass jene mit Abstreifung des rein Individuellen und Zufälligen die allgemein herrschende Regel zu erfassen sucht. Die Kunst hingegen ist bestrebt, sich in das Individuelle zu vertiefen, um die idealen Gesetze äusserer oder innerer Lebenserfahrung in der charaktervollen Einzelerscheinung zu verkörpern. Die Kunst ist deshalb auch im Ganzen zugänglicher und verständlicher, weil sie unmittelbar ergreift".

„Die „grosse Zahl" der Beobachtungen ist zwar eine nothwendige Bedingung um die durchschlagenden

Einflüsse gegenüber den zufälligen und störenden Elementen in dem verwickelten Versuchungssystem socialer Lebensbewegungen zu erkennen. Aber an und für sich sagen die Zahlen noch nichts darüber aus. Es muss ihnen, wie Rümelin sagt, erst der Mund geöffnet werden. Und nur dem Sachkundigen werden „die an sich stummen Ziffern" klar, wie Bileams Eselin nur dem Propheten verständlich war".

„Die nothwendige Vorarbeit dafür ist nicht blos eine mathematische Operation, durch welche wir aus massenhaften Urzahlen eine Reihe proportionaler Grössen und Mittelwerthe zu gewinnen suchen. Es gehört dazu vor allen Dingen eine logische und methodologische geistige Operation, durch welche wir die Ziffern in fruchtbarer Weise vergleichbar machen und die Lösung des Problems der Verursachung zur Feststellung empirischer Gesetze dadurch anbahnen. Man hat auf dem sittenstatistischen Gebiete diese Operation als „Moralanalytik" bezeichnet (Guerry) und dieselbe mit der chemischen Analyse in Vergleich gestellt, ja diese Parallele bis auf die Lehre von den „Reagentien" durchzuführen gesucht".

Die Unhaltbarkeit dieses Gesetzes von der grossen Zahl kann sehr leicht nachgewiesen werden, wenn man beachtet, dass sogar bei verhältnismässig einfachen astronomischen Beobachtungen vollständig falsche Resultate erzielt werden können, wenn ein erfahrener und befähigter Beobachter, der für die Regulierung der Messungsprozesse Sorge trägt, durch einen andern ersetzt wird, der nur mechanisch die Theilungen an dem Instrumente abzulesen versteht, wenn auch der letztere die Messungen in viel grösserer Anzahl vornehmen wollte.

Nachdem nun Tschebyschew durch seine Forschungen streng mathematisch bewiesen hat, dass nicht die grosse Anzahl, sondern die Unabhängigkeit der Massenerscheinungen von einander die Hauptrolle in der An-

wendung der Lehre von den Mittelwerthen spielt, stehen die Biologen und Sociologen vor folgendem Dilemma: entweder müssen sie bei der Erforschung von Erscheinungen die es mit Lebenselementen zu thun haben, der Anwendung der Lehre von den Mittelwerthen vollständig entsagen, oder ein Schema ausarbeiten, durch dessen Postulate die Erfüllung der Hauptbedingung der Lehre von den Mittelwerthen sicher gestellt wird.

Bei der Lösung dieses Dilemmas, muss mit der zweiten Hälfte desselben begonnen werden, da die Annahme der ersten Hälfte selbstredend nichts zur Förderung der Wissenschaft beitragen könnte; zur letzteren wird man nothwendigerweise zurückkehren müssen, wenn es unmöglich sein sollte, eine positive Lösung der zweiten Hälfte des Dilemmas zu finden.

Quetelet's eigene Forschungen auf Grund der Lehre von den Mittelwerthen, die er, wie schon bemerkt wurde, mit grosser Vorsicht durchführte, ohne sich zu irgend einer irrigen Erklärung der Regelmässigkeit der socialen Erscheinungen hinreissen zu lassen, ergaben vollkommen mit der Wirklichkeit übereinstimmende Resultate. Folglich liefern sie einen Beweis für die Möglichkeit der Anwendung der Lehre von den Mittelwerthen auf die verschiedenartigen Aeusserungen der menschlichen Thätigkeit. Nimmt man an, dass in Quetelet's Schema die von ihm beobachteten Massenerscheinungen des socialen Lebens nicht durch die grosse Zahl reguliert werden, sondern dass eine gewisse Kraft, die natürlich metaphysischen Ursprunges sein wird, diese Prozesse unabhängig von einander zu machen strebt, so erhält man zur Erforschung von socialen Erscheinungen mit Hilfe der Methoden der Lehre von den Mittelwerthen ein Schema, das frei ist von den obengenannten irrigen Postulaten Quetelet's und der neuen Theorie der Mittelwerthe vollkommen entspricht. Folglich sind wir durchaus im Stande,

die zweite Hälfte des oben aufgestellten Dilemmas in positivem Sinne zu lösen, und zwar auf Grund der Forschungen von Quetelet selbst. „Die Beständigkeit, mit welcher alljährlich", sagt Quetelet „dieselben Verbrechen in derselben Reihenfolge verübt werden und die entsprechenden Bestrafungen nach sich ziehen, gehört zu den interessantesten Thatsachen, die durch die statistischen Bureaus festgestellt werden; die Evidenz dieser Erscheinung zu zeigen, habe ich mich in meiner Schrift besonders bemüht. Ich hörte nicht auf jedes Jahr zu wiederholen: es giebt ein Budget, welches wir mit grauenerregender Regelmässigkeit verausgaben — das Budget der Gefängnisse, Zuchthäuser und Schafotte; und jedes Jahr bestätigen die Zahlen der Statistik meine Voraussetzungen dermassen, dass ich das Recht hätte, mich vielleicht noch genauer, wie folgt, auszudrücken: es giebt einen Tribut, welchen der Mensch mit grösserer Accuratesse zahlt, als derjenige, welchen er der Natur oder dem Staate zu zahlen verpflichtet ist, nämlich der Tribut, welchen er dem Verbrechen zahlt" [1].

Aehnliche Resultate, die vollkommen der Wirklichkeit entsprechen, erhielt Quetelet auch für andere Aeusserungen der menschlichen Thätigkeit.

Im zweiten Capitel seiner Abhandlung führt P. A. Nekrassow ein ausgezeichnetes Beispiel an, für den Unterschied zwischen regulären und irregulären Massenerscheinungen, nach welchem man über die Bedeutung einer Isolirung der einzelnen Vorgänge, im Falle einer Anwendung der Lehre von den Mittelwerthen, urtheilen kann; dieses Beispiel bezieht sich auf die Thätigkeit der Versicherungsgesellschaften.

Nehmen wir an, dass in einer sehr grossen Stadt eine Feuerversicherungs - Gesellschaft gegründet werde.

---

1) Citiert in der Abhandlung von P. A. Nekrassow. S. 70.

Um die Höhe der Versicherungsprämie bestimmen zu können, muss die Gesellschaft aus den Registrierungen, der in der Vergangenheit stattgefundenen Brände einzelner Häuser, die in der Zukunft zu erwartende mittlere Zahl von Bränden berechnen können. Sind nun die Brände von je zwei Häusern, unabhängige, zufällige Erscheinungen (infolge guter Isolirung der Häuser durch Brandmauern, bedeutender Entfernungen derselben von einander, guter Organisation von Löschmitteln u. s. w.), so kann man auf die statistischen Daten der in der Vergangenheit stattgefundenen Brände die Lehre von den Mittelwerthen anwenden und dadurch eine Zahl von Bränden erhalten, die sich von Jahr zu Jahr mit nur geringen Schwankungen wiederholen wird. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so führt die Lehre von den Mittelwerthen zu falschen Resultaten, nach denen sich die Versicherungsgesellschaft nicht richten darf.

Also, um wieder zu der oben angeführten Lösung des von uns aufgestellten Dilemmas auf Grund der Forschungen Nekrassow's zurückzukehren, müssen wir die Existenz einer besonderen metaphysischen Kraft zulassen, welche die mit Lebenselementen zusammenhängenden Massenprozesse so reguliert, dass die Anwendung der Lehre von den Mittelwerthen möglich wird — mit anderen Worten — so, dass die einzelnen Prozesse isoliert werden. Folglich muss das verbesserte a priori aufgestellte Schema Quetlet's das Zugeständniss einer solchen metaphysischen Kraft enthalten.

Wie man die Kraft nennt — ist Nebensache; wollen wir sie das Wollen — bei dem Thiere und den freien Willen — beim Menschen nennen. Wichtiger ist die Frage, welche Eigenschaften wir dieser Kraft a priori beilegen sollen. Von der zutreffenden Wahl der a priori vorauszusetzenden Eigenschaften und von der grösseren resp. geringeren Allgemeinheit

derselben hängt natürlich der ganze Erfolg ab bei Forschungen mit Hilfe eines a priori angenommenen Schemas, wenn sie sich auf Erscheinungen beziehen, die mit Lebenselementen zusammenhängen. Diese Postulate (Voraussetzungen) über die metaphysische Kraft, von welcher die Lebenserscheinungen durchdrungen gedacht werden, müssen natürlich empirisch festgestellt werden: durch Verallgemeinerung und Idealisirung der im Thier- und Menschenleben beobachteten Erscheinungen. Doch muss diese Idealisation eine feste reale Grundlage haben und nicht nur leere Träume oder Utopien darstellen; sonst kann sie der Wissenschaft weit mehr schaden, als selbst der gröbste Materialismus.

„Es wird", sagt Alexander von Oettingen in seinem oben erwähnten Werke (S. 4), „auch die Erforschung der Natur, als der Gesammtheit der sinnlich wahrnehmbaren Aussenwelt, nicht ohne abstract logische Principien sich vollziehen können. Sie treten namentlich in der Form mathematischer Beweisführung an den Naturforscher heran und nöthigen ihn, die sogenannte Materie als ein durchgeistetes Gebiet unsichtbarer Kräfte anzuerkennen. Sonst geräth er in einen bornirten Materialismus, welcher von vornherein auf die Lösung des Welträthsels verzichtet, indem er das geistige Wesen aller Ursächlichkeit und aller wirkenden Kräfte verkennt".

„Von der andern Seite wird die wissenschaftliche Untersuchung des geistigen Lebensgebietes, wie dasselbe in der Menschheitsgeschichte durch Sprache und Sitte zu Tage tritt, der steten Beobachtung bedürfen, um nicht zu irrlichteriren und in einseitig philosophische Abstractionen sich zu verlieren. Die Nothwendigkeit der äusseren Erfahrung zeigt sich insbesondere bei allen psychologischen und ethischen Fragen. Wollte Jemand dieselben lediglich aus innerer Frfahrung beantworten, so

müsste er mit der Welt und Geschichte sich entzweien. Ein krankhafter Spiritualismus wäre die Folge; die wirkliche Welt sänke zum Schein herab und der Weg zum Verständniss des Daseienden, der gesammten, die Geschichtswelt beherrschenden Gesetze würde verschüttet".

„Allerdings besteht zwischen der Naturforschung und der Geisteswissenschaft in Betreff ihrer Methode ein bedeutsamer Unterschied. Durch Verwischung desselben ist oft der bedauerliche, heisse Streit zwischen beiden wach gerufen worden. Es darf nicht verkannt werden, dass die Natur das Gebiet der Nothwendigkeit, der Geist das Gebiet der Freiheit umschliesst. In der Natur waltet die zwingende Regelmässigkeit auf Grund der materiell wirkenden Kräfte vor. In der Geschichte machen sich die Ideen als nöthigende Mächte geltend und erzeugen eine Selbstregelung des sittlichen Lebens. Daher gilt für die Naturforschung das Experiment, die Beobachtung der Einzelfälle und die Analyse der Einzeldinge als die zunächstliegende Aufgabe. Denn in der Natur erscheint das Einzelne vorbildlich (typisch) für die allgemeine Regel. Einige solide Experimente können die Allgemeingültigkeit eines Gesetzes feststellen. Für die Geisteswissenschaft ist aber der Mensch selbst, als Geschichtswesen, der Gegenstand der Untersuchung. Mit dem Menschen lässt sich schwer experimentiren. Die Beobachtung wird von den Erfahrungsthatsachen des inneren Bewusstseins auszugehen sich genöthigt sehen".

„Wie aber Nothwendigkeit und Freiheit sich in dem Geheimniss des Lebens nicht auszuschliessen brauchen, so stehen auch die äussere und innere Beobachtung, Experiment und Ideenentwickelung nicht in Widerspruch miteinander; sie ergänzen sich vielmehr zu gegenseitiger Stütze in der Erforschung der Wahrheit. Deshalb darf die Geisteswissenschaft nicht stolz auf die naturwissenschaftliche Methode herabsehen, noch auch die Natur-

wissenschaft die Macht der Idee unterschätzen. Sich gegenseitig Handreichung zu thun, dazu sind beide berufen".

Um Letzteres durch ein concretes, einem beinahe metaphysischen Gebiete entlehntes Beispiel zu illustrieren wenden wir uns zum Gange der historischen Entwickelung unserer Kenntnisse von der Verwandlung der Materie in der Natur[1]).

Schon im entlegensten Alterthume wurden von verschiedenen Philosophen die mannigfachsten Hypothesen und Theorien erdacht zur Erklärung aller möglichen Verwandlungen, welchen die Substanz oder die Materie in der Natur unterworfen ist.

Vollkommen phantastisch sind die Vorstellungen von der Natur in der Mythologie der alten Inder und der Chinesen und ebenso in der mythischen Kosmogonie der ältesten Lebensepoche der Hellenen.

Erst in der jonischen philosophischen Schule lassen sich, allerdings nicht ohne Anwendung grosser Gewalt, die ersten Spuren von Bestrebungen der Philosophen entdecken, mehr oder weniger der Wirklichkeit entsprechende Hypothesen über die Verwandlungen der Substanz aufzustellen. Darauf näherten sich mehr der Wirklichkeit in ihren Hypothesen die Pythagoräer und die Atomisten.

Die Pythagoräer stellten als Hauptgrundlage zur Erklärung der Naturerscheinungen die Materie hin, jedoch nicht in ihrer sinnlichen Wahrnehmbarkeit, sondern in ihren formalen numerischen Verhältnissen und Dimensionen. „Die Zahl ist das Wesen aller Dinge" — so

1) Eine ausführliche historische Uebersicht ist in meiner Abhandlung: „Zur Frage über die Notwendigkeit des Studiums der Mathematik für Naturforscher" zu finden; eine noch ausführlichere in „Uebereinstimmung der Methoden der formalen Chemie und der symbolischen Invariantentheorie". (S. 15, Noten).

lautete ihre Hauptthese. „Die Zahl ist ein Mittelding zwischen dem, was sämmtlich unmittelbar beobachtet wird und dem reinen Gedanken; sie ist das Symbol der genauen Verhältnisse des konkret Beobachteten und mit seiner Hilfe operirt der Gedanke, wenn er die Resultate seiner Beobachtungen und Versuche bearbeitet. Durch derartige Syllogismen begründeten die Pythagoräer eine exacte formale Richtung in den Naturwissenschaften. Doch ihre, in ihren Grundzügen gesunden Urtheile wurden zu wenig durch Beobachtungen und Versuche geprüft und arteten deshalb in vollständig abstractes Philosophieren mystischen Characters über Zahlengrössen aus.

Die Atomisten legten der Erklärung verschiedener Naturerscheinungen eine atomistische Structur der Materie zu Grunde. Die verschiedenen Metamorphosen der Materie erklärten sie einzig durch Mannigfaltigkeit der Formen, der Reihenfolge und Lage der sich zu Gruppen vereinigenden Atome. Doch, statt sich mit solchen formalen Anschauungen über die Structur des Weltalls, die wohl bei genauerer Prüfung durch Beobachtungen und Versuche gewisse positive Kenntnisse hätten geben können, zu begnügen, verloren sich die Atomisten immer weiter in das Gebiet der Phantasie, und gelangten zur Leugnung jeglicher rationellen Grundlage des Weltgebäudes und zum vollkommenen Atheismus.

Im Mittelalter, im Gegentheil, verfielen die Gelehrten, die sich für Fragen über die Verwandlungen der Substanz interessirten, in ein anderes Extrem: sie verschmähten jegliche Hypothesen und sogar Systematisierungen der Resultate von Beobachtungen und Versuchen; ihre ganze wissenschaftliche Arbeit reducierte sich auf das Mischen von verschiedenen Substanzen, das Kochen und Erhitzen dieser Mischungen u. s. w. Aber auch solche rein mechanische Arbeiten der mittelalterlichen Chemiker oder Alchemisten, wie sie allgemein genannt werden, haben mehr zur Weiterentwickelung der Chemie beigetragen, als das abstracte, mit der Wirklichkeit in vollkommenem Widerspruche stehende Phantasieren der Pythagoräer und Atomisten: die zahlreichen Experimente der Alchemisten gaben ein reichhaltiges Material, dessen theoretische Bearbeitung durch Gelehrte der Folgezeit viele Eigenschaften der chemischen Affinität klar legte.

Lavoisier und nach ihm Dalton leiteten die Chemie in die Bahn exacter arithmologischer Forschungen: das neuere Schema der chemischen Forschungen, das so viele glänzende Resultate geliefert hat, entwickelte sich aus den Grundanschauungen der Pythagoräer und Atomisten; doch die numerischen Characteristiken und Eigenschaften der Individuen — Atome — in demselben beruhen auf genauen Messungen und Wägungen, nicht auf leeren Phantasien, wie diese bei den Pythagoräern und Atomisten der Fall war.

Aus diesem kurzen Abriss der Entwickelung des Schemas der chemischen Forschungen ist deutlich zu ersehen, dass die Grundpostulate und Zahlencharacteristiken eines logischen Schemas in wissenschaftlichen Forschungen streng den Thatsachen entsprechen müssen; sonst entsage man lieber den Abstractionen und beschränke sich auf das Gebiet der unmittelbar unseren Sinnen zugänglichen Untersuchungen, d. h. folge den Positivisten, ohne, natürlich, ihre vollständig unbegründete Ansicht, als könnte auf solche Weise das ganze Wesen des Weltbaues erschöpft werden, zu theilen: im Verhältniss zur Anhäufung von Versuchsmaterial, wird es früher oder später möglich sein, auch zur exacten speculativen Betrachtung überzugehen, die einen streng realen Boden hätte.

In den biologischen und sociologischen Wissenschaften, vorzüglich aber im practischen Leben, lassen die

Menschen sich oft von Abstractionen hinreissen, die eines jeglichen realen Bodens entbehren, aber nicht selten vollständige Revolutionen in den wissenschaftlich-philosophischen Weltanschauungen und im gesellschaftlichen Leben hervorrufen. Als Beispiele können dienen: in der Wissenschaft — die berühmte Darwinsche Theorie der Entstehung der Arten, eine Theorie, die, ohne realen Boden zu haben, so lange Zeit die wissenschaftlich-philosophische Weltanschauung in den letzten dreissig Jahren beeinflusste[1]; im socialen Leben — die grosse Inquisition, die französische Revolution zu Ende des XVIII. Jahrhunderts und die religiösen Utopien des Grafen L. N. *Tolstoi*. Alle diese sind im Grunde ideale Bestrebungen, aber die Ideale in ihnen entsprechen nicht der Wirklichkeit und sind darum vollkommen unerreichbar.

Alles oben Gesagte muss nothwendiger Weise in Betracht gezogen werden, wenn man an die Bearbeitung von Postulaten über die metaphysische Kraft treten will, welche die Lebenserscheinungen reguliert.

Die russische Litteratur kann schon eine ganze Reihe von Tractaten berühmter gelehrten Specialisten über den freien Willen aufweisen: von Bischoff Antonius (Chrapowitzky), N. J. Grot, L. M. Lopatin, N. W. Bugajew, S. S. Korsakow, A. A. Tokarsky, P. E. Astaphjew, N. A. Swerew.

Auf Grund dieser Forschungen hat P. A. Nekrassow seine Postulate über den freien Willen ausgearbeitet, welchen er in das verbesserte Schema von Quetelet einführt als *eine besondere psychische Kraft*,

1) Diese Theorie wird jetzt sogar von Zoologen sehr scharf critisiert. Als Beispiel kann die Kritik von A. A. *Tichomirow* in seinem neu erschienenen Aufsatze: „Was haben die letzten dreissig Jahre der Zoologie gegeben?“ (Что дали зоологіи послѣднія тридцать лѣтъ? Москва. 1903) dienen.

die sich aus den gesammten Seelenkräften (des Herzens und des Verstandes) *zusammensetzt und dem äussern, physischen Impulse nach ihrer Wahl die Richtung giebt*[1]).

P. A. Nekrassow's Postulate, welche den innern Inhalt dieser neuen Kraft in der Social-Physik characterisieren, sind folgende:

1. Ausser den physischen Kräften, deren Einwirkung auf die Materie von den drei Newton'schen Bewegungsgesetzen (Axiomen) bestimmt wird, existieren, den lebenden Wesen eigenthümliche metaphysische Kräfte, deren Wirkung durch Folgerungen anderer Art characterisiert wird.

1) Diese Definition des freien Willens war der Hauptpunkt sehr lebhafter Debaten in zwei Sitzungen (am 25. Januar und 1. Februar, 1903) der Moskauer Psychologischen Gesellschaft. Die Psychologen-Specialisten haben bemerkt, dass diese Definition nicht mit ihrer Definition des freien Willens übereinstimmt: die Vernunft, das Gefühl und der Wille sind separirte Begriffe in der Psychologie, trotzdem dass sie bei jeder Menschenthätigkeit zusammengebunden wirken. Diese Debaten sind in dem Aufsatze von P. W. *Tichomirow*: „Mathematisches Project, die Sociologie auf Grundlagen der philosophischen Idealisirung zu reformiren“ im „Theologischen Boten“ (Богословскій Вѣстникъ Московской Духовной Академіи, т. I, 1903) sehr gut dargestellt. P. W. Tichomirow sagt daselbst, dass dieser Definition nach bei Nekrassow die Rede theilweise von der *freien Thätigkeit*, theilweise von der *freien Persönlichkeit* ist.

Die Debaten sonst, sagt P. W. Tichomirow, berührten sehr viel das politische „*credo*“ P. A. Nekrassow's und liessen den wissenschaftlichen Inhalt seines Werkes beinahe unberührt. Letzterer aber enthält folgende wichtige Behauptungen und Forderungen:

1) die Anwendbarkeit der *Wahrscheinlichkeitsrechnung* bei Untersuchung der socialen Erscheinungen;

2) die Nothwendigkeit, zu den Ursachen eines socialen Processes die *Menschenseele* mit ihrer intellectuellen, ethischen, ästhetischen und religiösen Bestrebungen hinzu zu fügen;

3) die Nothwendigkeit, in Folge dessen das Sammlungs-Programm der *statistischen Data* zu reformiren, was jetzt zu sehr von materialistischen und positivistischen Tendenzen durchdrungen ist.

2. Die metaphysische Kraft, welche das organische Leben durchdringt, ist das Wollen. Sie ist eine wählende, ordnende und mehrende Kraft.

3. Auf der höchsten Entwickelungsstufe des organischen Lebens steht der Mensch, ein Wesen, dass sich seines „Ich“ bewusst ist und das sich vernünftig verhält zu den Zielen, zu den Forderungen seines Wollens und zur Auswahl der zweckmässigsten Mittel. Das Wollen, welches ein Handeln nach vernünftigen Motiven bedingt, ist der freie Wille.

4. Der Einfluss des freien Willens auf die verschiedenen von ihm abhängenden Folgen ist von verschiedener Intensivität; letztere kann mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie oben gezeigt wurde, numerisch (nicht nur nach der Grösse, sondern auch nach der Richtung) bestimmt werden. Dieser Einfluss kann in einer gewissen Sphäre unbeschränkt sein und entscheidend werden, d. h. übergehen in die Ursache, welche die Handlung bedingt. Eine solche unbeschränkte Wirksamkeit des freien Willens ist in Massenerscheinungen strengen mathematischen Gesetzen unterworfen.

5. Das Gebiet der unbeschränkten Wirksamkeit des freien Willens des Menschen ist begrenzt in Abhängigkeit von den psychischen Fähigkeiten (von den intellectuellen und herzlichen Kräften) und von verschiedenen Nebenbedingungen und Einflüssen.

6. Die Unterordnung des freien Willens unter das Moralgesetz ist die Liebe, welche die Grundlage des sittlichen Lebens bildet.

7. Das sittliche Leben mit seinen Grundkategorien setzt die Willensfreiheit voraus und lässt sich vom materialistischen Standpunkte aus nicht erklären.

8. Die Richtung des freien Willens in jedem seiner Entschlüsse, wird nach dem Verhältniss dieses Entschlusses zum Moralgesetz beurtheilt: der gute Wille ist bestrebt seine Entscheidungen in Einklang mit dem Moralgesetze zu bringen, der böse Wille dagegen handelt entgegengesetzt.

9. Die Richtung des freien Willens ist conservativ, kann sich aber ändern, wenn das Gewissen erwacht — infolge besonderer innerer Umwälzungen, unter dem Einflusse der Erziehung und der persönlichen Erfahrung, die im Zustande des Gewissens innere Spuren hinterlässt. Die Bedingungen dieser Umwälzungen sind der Fassungskraft des forschenden Verstandes nicht immer zugänglich.

Ziehen wir aus allem oben Gesagten den Schluss, so werden wir überzeugt von der tiefen Bedeutung der mathematischen Kenntnisse für die Beurtheilung der Zweckmässigkeit dieser oder jener wissenschaftlichen Denkweise, dieses oder jenes wissenschaftlichen Begriffes.

Nur diejenigen wissenschaftlichen Anschauungen haben eine cardinale Bedeutung für die Wissenschaften und können dem Fortschritt derselben förderlich sein, welche sich im mathematischen Wissen (in ihrem vollen Umfange genommen) bewährt haben. Nur von solchen Anschauungen kann man annehmen, dass sie frei sind von verschiedenen voreingenommenen Ideen und Tendenzen, die nichts mit der Wissenschaft gemein haben.

In der That, wo anders findet man einen strengen, doch gerechten Richter über die Zweckmässigkeit und Vernünftigkeit unserer abstracten Ideen und Bestrebungen, wenn nicht in der Wissenschaft der reinen Vernunft — der Mathematik, für welche im Verlauf von vielen Jahrhunderten solche Genies, wie Archimedes, Euclides, Newton, Descartes, Leibnitz, Lobatschewsky, Tschebyschew uneigennützig gearbeitet haben.

Wenn wir uns bemühen, in den Wissenschaften den Sinn des Seins, den Sinn des Weltgebäudes zu erfassen, so wird uns selbstredend die Mathematik — die präcise Logik ebendesselben Sinnes — die Möglichkeit geben, in allen Wissenschaften solide Wege zum bezeichneten Ziele anzubahnen.
